

# Language: Albanian

*E diele, 23 korrik 2013*

**Probleme 1.** Gjeni te gjithë çiftet e numrave te plote pozitiv  $(a,b)$  per te cilet  $\frac{a^3b-1}{a+1}$  dhe  $\frac{b^3a+1}{b-1}$  jane njekohesisht numra te plote pozitiv.

**Probleme 2.** Le te jete  $ABC$  nje trekendesh kendngushte i tille qe  $AB < AC$  dhe  $O$  qendra e rrethit  $\omega$  te jashteshkruar atij. Le te jete  $D$  nje pike e  $BC$  e tille qe  $\angle BAD = \angle CAO$ . Shenjme me  $E$  piken e prerjes se rrethit  $\omega$  me drejtezen  $AD$ . Nese  $M, N$  and  $P$  jane respektivisht meset e segmenteve  $BE, OD$  dhe  $AC$ , atehere tregoni qe pikat  $M, N$  and  $P$  jane ne vijete drejte.

**Probleme 3.** Provoni qe

$$\left(a + 2b + \frac{2}{a+1}\right)\left(b + 2a + \frac{2}{b+1}\right) \geq 16$$

per te gjithë numrat reale pozitive  $a, b$  te tille qe  $ab \geq 1$ .

**Probleme 4.** Le te jete  $n$  nje numer natyror. Dy lojtare Alice dhe Bob luajne ne kete menyre:

Alice zgjedh  $n$  numra reale, jo domosdoshmerisht te ndryshem dhe shkruan ne nje cope leter shumen e te gjithë çifteve te mundshme te ketyre  $n$  numrave dhe ja jep Bobit, (shumat e mundshme jane  $\frac{n(n-1)}{2}$ , jo domosdoshmerisht te ndryshme)

Bobi fiton lojen nese ai gjen saktesisht me heren e pare  $n$  numrat e zgjedhur nga Alice.

A mund te jete Bobi i sigurte qe fiton ne keto raste?

**a.**  $n = 5$

**b.**  $n = 6$

**c.**  $n = 8$

Argumentoni pergjigjet tuaja.

[per shembull, nese  $n = 4$ , Alice zgjedh numrat  $1, 5, 7, 9$ , atehere keto numra kane te njejtet shuma te çifteve sic kane edhe numrat  $2, 4, 6, 10$ , dhe ne kete rast Bob nuk mund te jete i sigurte qe mund te fitoje.]

*Koha : 4,5 ore*

*Çdo problem vleresohet me 10 pike*